

Guía de Probabilidad

Objetivo: - Conocer, comprender y aplicar el concepto Probabilidad a través de la regla de Laplace en diversos contextos.

Estimado estudiante: Te invitamos a realizar esta guía con tu mejor disposición, es un tema abordable y más cercano que los anteriores. Encontrarás definiciones, una fórmula sencilla, ejemplos y ejercicios. No olvides realizar tus consultas a través del mail matematicapolicastro@gmail.com o por el facebook "**Matemática Politécnico Castro**"

DEFINICIONES CLAVES:

- **Experimento Aleatorio:** Los experimentos que tienen distintos resultados a pesar de suceder en las mismas condiciones y circunstancias, se llaman **fenómenos aleatorios o estocásticos**. Es decir su resultado, que depende del azar, se sabe una vez realizado el evento (**no se puede determinar su resultado anticipadamente**).
- **Espacio muestral** Ω : es el conjunto de todos los resultados posibles de un experimento aleatorio.
- **Suceso o Evento:** es cualquier subconjunto del espacio muestral. (Por ejemplo, "sacar cara" en el lanzamiento de una moneda, "sacar el número 5" o "sacar un número primo" en el lanzamiento de un dado son sucesos.)
- **Frecuencia:** Cantidad de veces que se repite cierto suceso.
- **Probabilidad:** La probabilidad de un suceso es un número, comprendido entre 0 y 1, que indica las posibilidades que tiene de verificarse cuando se realiza un experimento aleatorio.

REGLA DE LA PLACE

La **regla de Laplace** dice que en un espacio muestral formado por sucesos equiprobables (todos tienen la misma probabilidad) en un Experimento Aleatorio, la probabilidad de que ocurra un suceso A es el número de casos posibles dividido por el número de casos probables.

- La probabilidad de que ocurra un evento varía entre 0 y 1.

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favorables}}{\text{número de casos totales}}$$

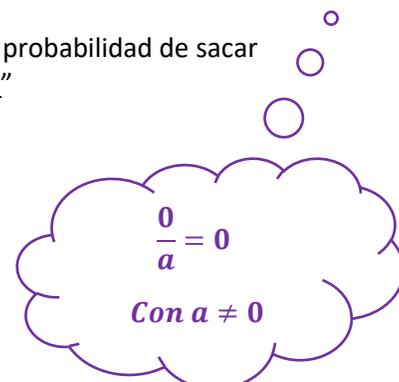
Para calcular el **porcentaje** correspondiente a dicha probabilidad, multiplicamos la fracción por 100%.

EJEMPLO 1: En una bolsa hay 3 bolas verdes y cuatro amarillas. ¿Cuál es la probabilidad de sacar una bola azul?

Hay 7 bolas en la bolsa.
Solo hay bolas verdes y amarillas.
No existen bolas azules

→ $P(\text{Azul}) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos totales}} = \frac{0}{7} = 0$

Podría suceder que exista una probabilidad nula, es decir no hay ninguna probabilidad de sacar una bola azul. A esto se le llama "**EVENTO IMPOSIBLE**"



EJEMPLO 2: En una bolsa hay 15 bolas verdes ¿Cuál es la probabilidad de sacar una verde?

$$P(\text{Verde}) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos totales}} = \frac{15}{15} = 1$$

Porcentaje:
 $P(\text{Verde}) = 1 \cdot 100\% = 100\%$

En este caso existe un cien por ciento de probabilidad de que el suceso ocurra. Es una Probabilidad segura. A esto se le llama "**EVENTO SEGURO**"

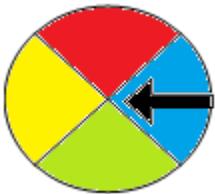
EJEMPLO 3: ¿Cuál es la probabilidad de que mañana llueva?

¿Puedes contestar esta pregunta estando seguro(a) de la respuesta? ¿Es igual de probable que llueva mañana en Chiloé que en Iquique?

Lo único que tenemos claro es que los casos posibles son dos, que SI llueva y que NO llueva, ambos tienen la misma probabilidad de ocurrir de un 50% o 0,5 y que en unas zonas de país es más esperable que SI llueva.

¿Es un Evento Aleatorio? Sí, pero necesitamos las estadísticas meteorológicas para calcularla de manera más acertada. Además de hacer el cálculo por sectores, pues sabemos que a lo largo de Chile no existen las mismas características meteorológicas.

EJEMPLO 4: ¿Cuál es la probabilidad de obtener verde al girar la ruleta?



$$P(\text{Verde}) = \frac{1 \text{ zona verde}}{4 \text{ colores en total}} = \frac{1}{4}$$

Porcentaje

$$P(\text{Verde}) = \frac{1}{4} \cdot 100\% = 25\%$$

¿Cuál es la probabilidad de obtener azul al girar la ruleta? →

$$P(\text{Azul}) = \frac{1}{4} \leftrightarrow 25\%$$

¿Cuál es la probabilidad de obtener rojo al girar la ruleta? →

$$P(\text{Rojo}) = \frac{1}{4} \leftrightarrow 25\%$$

¿Cuál es la probabilidad de obtener amarillo al girar la ruleta? →

$$P(\text{Amarillo}) = \frac{1}{4} \leftrightarrow 25\%$$

Aquí tenemos **EVENTOS QUE SON EQUIPROBABLES**, todos tienen la misma probabilidad de ocurrir.

EJEMPLO 5: ¿Cuál es la probabilidad de obtener más de 7 puntos al lanzar dos dados?

En la tabla se muestra en color amarillo la suma mayor a 7 de los puntos que se obtienen al lanzar los dados.

Dado 1 \ Dado 2	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

→ Opciones dado 1

↓ Opciones dado 2

$$P(\text{suma} > 7) = \frac{15}{36}$$

Porcentaje:

$$P(\text{suma} > 7) = \frac{15}{36} \cdot 100\% = 41,6\% \approx 42\%$$

EJEMPLO 6: Una editorial tiene 75 títulos diferentes de libros, clasificados por tema y costo. La información se resume en la tabla.

Valor				
Materia	\$10.000	\$15.000	\$20.000	Total
Ficción	10	8	3	21
Biografías	12	10	9	31
Historia	4	17	2	23
Total	26	35	14	75

Calcula la probabilidad de que un libro de esta editorial elegido al azar sea:

A) de ficción y cueste \$10.000.

$$P(A) = \frac{10}{75} = \frac{2}{15} \quad \leftrightarrow \quad P(A) = \frac{2}{15} \cdot 100\% = 13,3\bar{3}\% = 13\%$$

B) que cueste \$15.000.

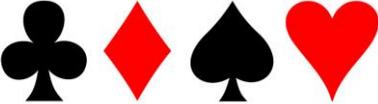
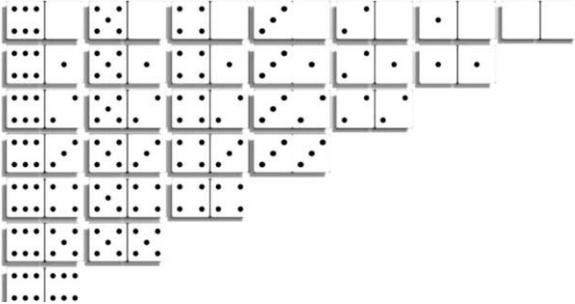
$$P(B) = \frac{35}{75} = \frac{7}{15} \quad \leftrightarrow \quad P(B) = \frac{7}{15} \cdot 100\% = 46,6\bar{6}\% = 47\%$$

C) de historia.

$$P(C) = \frac{23}{75} \quad \leftrightarrow \quad P(C) = \frac{23}{75} \cdot 100\% = 30,6\bar{6}\% = 31\%$$

ESPACIOS MUESTRALES MÁS UTILIZADOS

Para resolver algunos ejercicios primero se debe determinar el espacio muestral, es decir todos los casos posibles. Es importante buscar una estrategia y presentar de forma ordenada tales casos. A continuación te mostramos algunos:

<p>Lanzamiento de un dado de seis caras $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$</p>	→	
<p>Lanzamiento de una moneda $\Omega = \{\text{cara, sello}\}$</p>	→	
<p>Naipes Español (40 cartas, 4 pintas) <i>Enumeradas del 1 al 7 y seguidas por 10, 11 y 12 (caballero, caballo y rey)</i></p>	→	
<p>Naipes Ingles (52 cartas, 4 pintas) <i>Enumeradas del 1 al 10 y seguidas por la J, la Q y la K.</i></p>	→	
<p>Dominó</p>	→	

Lanzamiento de dos dados:

Usar tabla para ordenar los elementos del espacio muestral

1-1	1-2	1-3	1-4	1-5	1-6
2-1	2-2	2-3	2-4	2-5	2-6
3-1	3-2	3-3	3-4	3-5	3-6
4-1	4-2	4-3	4-4	4-5	4-6
5-1	5-2	5-3	5-4	5-5	5-6
6-1	6-2	6-3	6-4	6-5	6-6

El espacio muestral al lanzar dos dados tiene 36 elementos.

$36 = 6^2$

2 dados

6 opciones

En general, para saber la cantidad de elementos del espacio muestral para el lanzamiento de dados es $\#\Omega = 6^n$, $n = \text{número de dados o número de lanzamientos}$

Lanzamiento de dos monedas:

Usar diagrama de árbol

```

graph LR
    C1[C] --> C2[C]
    C1 --> S1[S]
    C2 --> CC[C-C]
    S1 --> CS[C-S]
    S2[S] --> SC[S-C]
    S2 --> SS[S-S]
        
```

El espacio muestral del lanzamiento de dos monedas tiene 4 elementos

$$\Omega = \{CC, CS, SC, SS\}$$

$4 = 2^2$

2 monedas

2 opciones

En general, para saber la cantidad de elementos del espacio muestral para el lanzamiento de monedas es $\#\Omega = 2^n$, $n = \text{número de monedas o número de lanzamientos}$

EJERCICIOS

1. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un cuatro al lanzar un dado de seis caras?
2. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un as desde un juego de naipes ingleses?
3. ¿Cuál es la probabilidad de sacar una bolita roja de una caja que contiene 5 bolitas rojas, 18 azules y 7 negras?
4. En un equipo de fútbol están en el campo de juego: 5 delanteros, 3 medio campistas, 2 zagueros y el guarda-líneas. Se lastima uno de los jugadores, ¿cuál es la probabilidad de que sea un delantero o un zaguero el que se lesione?
5. De un baraja de naipes españoles, al tomar una carta. ¿Cuál es la probabilidad para que ésta sea un caballo?
6. En una caja hay 12 bolas negras y 8 bolas verdes. ¿Qué probabilidad hay de:
 - a) sacar una bola negra?
 - b) sacar una bola verde?
7. En una alcancía hay 16 monedas de \$ 100.; 22 monedas de \$ 50 y 12 de \$ 10. Al sacar una moneda ¿cuál es la probabilidad de sacar una moneda de \$100?
8. Al lanzar dos monedas al aire, ¿cuál es la probabilidad de sacar dos caras?
Ver "Lanzamiento de dos monedas"

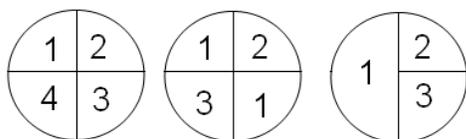
9. Al tirar dos dados, ¿cuál es la probabilidad de obtener como suma 3?
Ver imagen ejemplo 5
10. Juan y Pedro tienen dos dados. Juan tira primero y obtiene ocho puntos. ¿Cuál es la probabilidad que tiene Pedro para ganar? **Ver imagen ejemplo 5**
11. Al lanzar dos dados. ¿Cuál es la probabilidad de obtener dos números impares?
Ver “lanzamiento de dos dados”
12. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un “chancho” en las fichas de un dominó?
(Un chancho es una ficha con la misma cantidad de puntos en la parte superior e inferior)
13. Se lanza una moneda y un dado. ¿Cuál es la probabilidad de obtener sello y un 5?
14. De una baraja de cartas inglesas. Calcula la probabilidad de:
a) Obtener un trébol.
b) Obtener una carta roja
15. En un cine hay tres tipos de películas para ver:

Asistentes	Películas			
	Románticas	Acción	animadas	total
Mujeres	10	10	5	25
Hombres	3	15	2	25
Jóvenes	12	5	8	25
Total	25	30	15	75

Cuál es la probabilidad de que si se le pregunta al azar a una persona a la salida del cine:

- a) sea mujer.
b) sea joven
c) haya visto una película de acción
d) haya visto una película romántica
e) Sea mujer y haya visto una película animada
f) Sea hombre y haya visto una película romántica
16. Dibuja la siguiente situación:
“En una caja hay fichas rojas y negras. La probabilidad de que al sacar una al azar sea negra es de $\frac{2}{5}$ ”

17. Observa las siguientes ruletas



- a) Calcula la probabilidad de obtener un 1 en cada una de las ruletas.
b) ¿En cuál ruleta hay mayor probabilidad de obtener un 1?

18. En una comida se ofrece carne y pescado. A continuación se muestra lo que escogieron los invitados.

Si escogemos una persona al azar:

	Carne	Pescado
Mujer	20	12
Hombre	16	12

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que haya comido pescado?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que sea hombre y haya comido pescado?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que sea mujer y haya comido carne?
d) ¿Cuál es la probabilidad de que sea mujer?