

Guía de Matemática n°14

“RAÍCES”

Objetivo: - Comprender el concepto de raíz, sus elementos y cómo calcularla.

RAÍCES

Índice

$$\sqrt[x]{a} = b \leftrightarrow b^x = a$$

Cantidad Subradical

¿Qué número multiplicado “x” veces por sí mismo da como resultado “a”?

Las raíces se calculan buscando el número que elevado al índice, resulte la cantidad subradical de esta.

Observaciones:

- El índice de las raíces puede ser un número natural mayor o igual a 2.
O sea: $x \geq 2 \rightarrow x = \{2, 3, 4, \dots\}$
- Cuando el índice no aparece, este es “2”.

$$\sqrt[2]{a} \leftrightarrow \sqrt{a}$$

Ejemplos:

$\sqrt{16} = 4$	¿Qué número multiplicado 2 veces por sí mismo resulta 16?	$4^2 = 16$
$\sqrt[3]{8} = 2$	¿Qué número multiplicado 3 veces por sí mismo resulta 8?	$2^3 = 8$

ACTIVIDAD 1

Complete los valores de las siguientes potencias cuadradas y cúbicas:

(Estas potencias nos servirán para calcular raíces cuadradas y cúbicas respectivamente)

$1^2 = 1$	$11^2 = 121$
$2^2 = 4$	$12^2 = 144$
$3^2 = 9$	$13^2 = 169$
$4^2 = 16$	$14^2 = 196$
$5^2 = 25$	$15^2 = 225$
$6^2 = 36$	$16^2 = 256$
$7^2 = 49$	$17^2 = 289$
$8^2 = 64$	$18^2 = 324$
$9^2 = 81$	$19^2 = 361$
$10^2 = 100$	$20^2 = 400$

$1^3 = 1$
$2^3 = 8$
$3^3 = 27$
$4^3 = 64$
$5^3 = 125$
$6^3 = 216$
$7^3 = 343$
$8^3 = 512$
$9^3 = 729$
$10^3 = 1000$



Complete el siguiente cuadro

Índice	Cantidad Subradical	Raíz
4	81	$\sqrt[4]{81}$
3	-125	$\sqrt[3]{-125}$
5	100.000	$\sqrt[5]{100.000}$
2	121	$\sqrt{121}$
2	625	$\sqrt{625}$

ACTIVIDAD 3

Calcule las siguientes raíces exactas

1) $\sqrt{144} = 12$

4) $\sqrt[5]{32} = 2$

2) $\sqrt[3]{125} = 5$

5) $\sqrt{169} = 13$

3) $\sqrt[4]{81} = 3$

6) $\sqrt[6]{1.000.000} = 10$

Observaciones:

- Cuando el índice de la raíz es par → {2, 4, 6, 8, ...}, sólo podemos calcular aquellas que poseen una cantidad subradical positiva

Ejemplos:

$\sqrt{4} = 2$
$\sqrt{-4} \notin \mathbb{R}$

- Cuando el índice de la raíz es impar → {3, 5, 7, 9, ...}, la cantidad subradical puede ser positiva o negativa ya que en ambos casos se puede calcular.

Ejemplos:

$\sqrt[3]{8} = 2$	$2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$
$\sqrt[3]{-8} = -2$	$-2 \cdot -2 \cdot -2 = -8$
	$+4 \cdot -2 = -8$

Recordemos la regla de los signos

$$\begin{array}{l}
 + \cdot + = + \\
 + \cdot - = - \\
 - \cdot - = + \\
 - \cdot + = -
 \end{array}$$

En resumen:

- Cuando el índice de la raíz es un número impar:
 - Si la cantidad subradical es positiva, entonces el resultado será positivo.
 - Si la cantidad subradical es negativa, entonces el resultado será negativo.

ACTIVIDAD 4

Calcule las siguientes raíces

No pertenece a los Reales

- 1) $\sqrt{-121} = \notin \mathbb{R}$ 4) $\sqrt[5]{-32} = -2$
 2) $\sqrt[3]{-125} = -5$ 5) $\sqrt{196} = 14$
 3) $\sqrt[5]{-1} = -1$ 6) $\sqrt[3]{-128} = -2$

ACTIVIDAD 5

Resuelve los siguientes ejercicios de selección múltiple

1) $2,25^{\frac{1}{2}}$ es igual a:

- ~~A) $\frac{3}{2}$~~
 B) $\sqrt{22,5}$
 C) $\sqrt{225}$
 D) $\sqrt[3]{\frac{225}{100}}$
 E) $\sqrt{\left(\frac{225}{100}\right)^2}$

Por propiedad de potencia
 (Guía anterior)

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$2,25^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{2,25^1} = \sqrt{2,25}$$

$$= \sqrt{\frac{225}{100}} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$$

Representar el número decimal como fracción

Calcular la raíz del numerador y el denominador por separado

Simplificar por 5

2) ¿Qué valor de n satisface la igualdad

$$\sqrt[n]{256} = 4?$$

- A) 2
 B) 3
~~C) 4~~
 D) 6
 E) 8

Por definición de raíz

$$\sqrt[n]{256} = 4 \rightarrow 4^n = 256$$

¿4 elevado a que número (n) da 256?

$$4^4 = 256$$

Por lo tanto $n = 4$

3) ¿A qué expresión equivale $\sqrt[4]{2^2}$?

- A) $2^{\frac{4}{2}}$
 B) 4^2
 C) 2^2
~~D) $2^{\frac{1}{2}}$~~
 E) 2^{-2}

Por propiedad de potencia
 (Guía anterior)

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$\sqrt[4]{2^2} = 2^{\frac{2}{4}} = 2^{\frac{1}{2}}$$

Simplificar el exponente por 2

4) ¿Cuál es la tercera parte de $\sqrt[3]{27}$?

- A) $\sqrt[3]{3}$
~~B) 1~~
 C) 0
 D) $\sqrt[3]{9}$
 E) 3

Tercera parte se traduce como dividido por 3

$$\frac{\sqrt[3]{27}}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

$$\sqrt[4]{2^2} = 2^{\frac{2}{4}} = 2^{\frac{1}{2}}$$