

Guía N° 14: Función Inversa.

Nombre: _____ Curso: _____

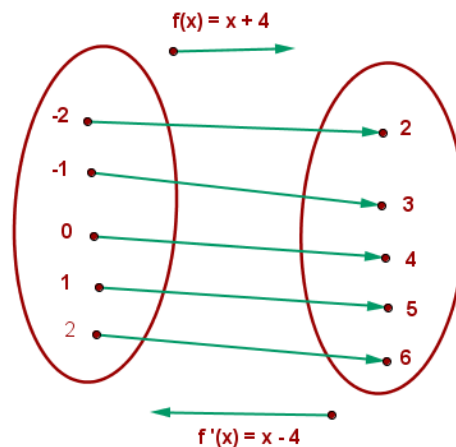
- Objetivo:**
- Determinar la clasificación de una función potencia en inyectiva, sobreyectiva y biyectiva
 - Analizar la existencia de la función inversa.
 - Determinar la inversa de una función.

¿Qué es la función inversa de una función y como determinarla?

La función inversa o la recíproca de una función $f(x)$ a otra función de la forma $f^{-1}(x)$, de esta manera, se debe cumplir lo siguiente:

$f(a) = b$, entonces si f es una función biyectiva, su inversa $f^{-1}(b) = a$.

Para dar ejemplo de esto presentaremos la siguiente situación.



1. $f(x) = x + 4$
 $y = x + 4$

Debemos despejar x .

$$-x = -y + 4$$

Multiplicamos la expresión anterior por -1

$$x = y - 4$$

Aquí, reemplazaremos x , por y , porque la función inversa está en términos de x .

De este modo obtenemos:

$$f^{-1}(x) = x - 4$$



$$2. \quad f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$$

$$y = \frac{2x+3}{x-1}$$

$$y(x-1) = 2x+3$$

$$xy - y = 2x + 3$$

$$xy - 2x = y + 3$$

$$x(y-2) = y+3$$

$$x = \frac{y+3}{y-2}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x+3}{x-2}$$

$$3. \quad f(x) = \sqrt[3]{x-1}$$

$$y = \sqrt[3]{x-1}$$

Elevamos al cubo, ambos lados de la igualdad

$$y^3 = x - 1$$

$$-x = -y^3 - 1$$

Multiplicamos la expresión anterior por menos 1.

$$x = y^3 + 1$$

$$f^{-1}(x) = x^3 + 1$$

$$4. \quad f(x) = x^3 + 3$$

$$y = x^3 + 3$$

$$-x^3 = -y + 3$$

Multiplicamos la expresión anterior por menos 1.

$$x^3 = y - 3$$

Aplicamos raíz cubica a ambos lados de la igualdad

$$\sqrt[3]{x^3} = \sqrt[3]{y-3}$$

$$x = \sqrt[3]{y-3}$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-3}$$



Actividades

I. Determina la función inversa de cada una de las funciones aquí propuestas.

1. $f(x) = 1 + 5x$

2. $f(x) = 3x^2 - 5$

3. $f(x) = \sqrt{x - 5}$

4. $f(x) = \frac{3x-2}{5-x}$

5. $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$

6. $f(x) = 4x^3$

II. Analiza la función $f: \mathbb{R} - \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por:

$$f(x) = \frac{4x - 2}{1 + x}$$

- Determina su inversa.
- Comenta porque se restringen su dominio y recorrido.

III. Siendo $f(x) = \sqrt{x + 1}$, determina:

- a. La función inversa $f^{-1}(x)$.
- b. Realizar en un mismo gráfico $f(x)$ y $f^{-1}(x)$

IV. Grafica las siguientes funciones y su función inversa.

a. $f(x) = 2x + 3$

b. $g(x) = -3x$

c. $h(x) = -x + 2$

